

EQUATIONS

Activité d'introduction – Les balances

1. La balance 1 est en équilibre.

Balance 1

Est-ce le cas pour les balances 2 et 3 ? Expliquer pourquoi.

Balance 2

2. Les deux balances ci-dessous sont en équilibre.



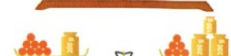
Combien faut-il poser de triangles sur le plateau de droite pour que la balance ci-contre soit en équilibre ?



Balance 3

3. La balance ci-contre est en équilibre.

Quelle est la masse d'une boule orange ?



Correction :



Je retiens : « Les balances »

Quelles actions ne modifient pas l'équilibre de la balance ?

- 1) On peut ajouter une même quantité sur chacun des plateaux.
- 2) On peut retirer une même quantité sur chacun des plateaux.
- 3) On peut doubler, tripler, quadrupler... les objets présents sur chacun des plateaux.
- 4) On peut diviser par 2, 3, 4... les quantités présentes sur chacun des plateaux.
- 5) On peut remplacer un objet par des objets ayant la même masse.

CORRECTION

LECON - EQUATIONS ET RESOLUTION D'EQUATIONS

→ Définitions

Définition : Une **équation** est une égalité entre deux expressions littérales dont les lettres sont appelées des **inconnues**.

Exemple : $3x+2 = 4-5x$ est une équation d'inconnue x .
 Le membre de gauche Le membre de droite

Définition : Un nombre est **solution** d'une équation si sa **valeur vérifie l'équation**.

Exemple :

Le nombre 2 est-il solution de l'équation $3x+2 = 4-5x$?

➤ On remplace x par 2 dans le membre de gauche et on calcule :

$$\begin{aligned} 3x+2 &= 3 \times 2 + 2 \\ &= 6+2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

➤ On remplace x par 2 dans le membre de droite et on calcule :

$$\begin{aligned} 4-5x &= 4-5 \times 2 \\ &= 4-10 \\ &= -6 \end{aligned}$$

➤ $8 \neq -6$ les résultats ne sont pas les mêmes donc l'égalité n'est pas vérifiée, 2 n'est pas solution de l'équation.

Le nombre 0,25 est-il solution de l'équation $3x+2 = 4-5x$?

➤ On remplace x par 0,25 dans le membre de gauche et on calcule :

$$\begin{aligned} 3x+2 &= 3 \times 0,25 + 2 \\ &= 0,75+2 \\ &= 2,75 \end{aligned}$$

➤ On remplace x par 0,25 dans le membre de droite et on calcule :

$$\begin{aligned} 4-5x &= 4-5 \times 0,25 \\ &= 4-1,25 \\ &= 2,75 \end{aligned}$$

➤ $2,75 = 2,75$ les résultats sont les mêmes donc l'égalité est vérifiée, 0,25 est solution de l'équation. $S = \{0,25\}$

Exemple de présentation de ton cahier, le rectangle de gauche correspond à ta page de gauche et celui de droite à ta page de droite.

→ Méthode : Résolution d'équation

Remarque : Une équation du premier degré (inconnue à la puissance 1) à une seule inconnue (une seule lettre) admet, sauf cas particuliers, une seule et unique solution.

- $0x = 4$ n'a aucune solution car il est impossible de trouver un nombre qui multiplié par 0 donne 4.
- $0x = 0$ tous les nombres sont solutions, car quelque soit le nombre que l'on multiplie par 0 on obtient 0. On dit que l'équation admet une infinité de solutions.

Propriétés : L'égalité est conservée et les solutions restent inchangées si :

- ✓ on ajoute la même quantité aux deux membres de l'équation
- ✓ on retranche la même quantité aux deux membres de l'équation
- ✓ on multiplie les deux membres de l'équation par une même quantité non nulle
- ✓ on divise les deux membres de l'équation par une même quantité non nulle

Méthode : Pour résoudre une équation :

- 1 – On isole l'inconnue en mettant les lettres à gauche et les nombres à droite
- 2 – On simplifie chaque membre
- 3 – On divise les deux membres par le coefficient multipliant l'inconnue (*attention aux signes*)
- 4 – On simplifie le résultat et on conclut

Exemple : Résoudre l'équation $3x+2 = 4-5x$.

..... =

..... =

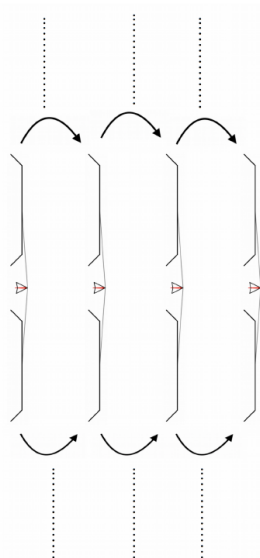
..... =

..... =

..... =

..... =

..... =



CORRECTION

Fiche d'automatismes – Résoudre une équation – Niveau 1

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes.

- 1) $-3 + x = 7$ 2) $5x = 19$ 3) $3a + 7a = 50$
 4) $y + 8 = 11$ 5) $-2k = 9$ 6) $-4x + 9x = 45$

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes.

- 1) $7 + 3x = 22$ 2) $10x + 14 = 19$ 3) $26 = 7b + 12$
 4) $3z + 2 = 6$ 5) $2x + 33 = -4x$

Correction :



Fiche d'automatismes – Résoudre une équation – Niveau 2

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes.

- 1) $4x - 3 = 11$ 2) $-8x + 7 = 56$ 3) $6x - 4 = 3x + 14$
 4) $9 - 2y = 11 + 4y$ 5) $\frac{3}{4}x = 5$

Exercice 4 : Résoudre les équations suivantes.

- 1) $5 - 3x = 2x - 20$ 2) $3x + 5 = 5x - 8$ 3) $-6x - 2 = x - 6$
 4) $-3y + 5 = 3y - 16$ 5) $2p - 16 = 5p + 2$

Correction :



Fiche d'automatismes – Résoudre une équation – Niveau 3 (bonus)

Exercice 5 :

- 1) Développer et réduire l'expression : $5(x - 3) - 3x + 7$.
 2) Résoudre l'équation : $5(x - 3) - 3x + 7 = 9$.

Exercice 6 :

- 1) Développer et réduire les expressions : $5(x - 7)$ et $3(-x + 1)$.
 2) Résoudre l'équation : $5(x - 7) = 3(-x + 1)$.

Exercice 7 :

Résoudre l'équation : $7(6 - 2x) - 3(4x + 1) = 0$.

Correction :



CORRECTION

CORRECTION

CORRECTION

Modéliser une situation par une équation

Lorsque la résolution d'un problème conduit à une équation, souvent on suit les quatre étapes ci-contre.

- ① Choix de l'inconnue
- ② Mise en équation
- ③ Résolution de l'équation
- ④ Interprétation du résultat

1 Je choisis un nombre, je lui ajoute 20. Je multiplie le résultat par 3 et j'obtiens 27. Quel nombre ai-je choisi?

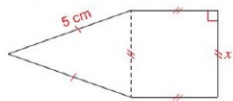
a. Compléter ce schéma pour résoudre ce problème.



Le nombre que j'ai choisi est

b. Quelle équation aurait-on pu écrire pour résoudre le problème? Préciser l'inconnue.

2 Sur cette figure, le côté du carré a une longueur variable notée x en cm.



Émilie doit résoudre le problème suivant: « Pour quelle valeur de x le périmètre de cette figure est-il égal à 100 cm ? »

a. Parmi ces équations, entourer celle qui modélise ce problème.

- $4x + 10 = 100$
- $5 + 2x = 50$
- $3x + 10 = 100$
- $10 + 5x = 100$

b. Résoudre cette équation et indiquer à Émilie la réponse à son problème.

3 Aurélien pose la devinette suivante:

Quel nombre faut-il choisir pour que son double augmenté de 5 soit égal à son triple diminué de 7?

① Choix de l'inconnue
Que cherche-t-on dans cette devinette?

On note n cette inconnue.

② Mise en équation
Exprimer en fonction de n :

- le double de n :
- le double de n augmenté de 5:
- le triple de n :
- le triple de n diminué de 7:

Quelle équation modélise cette devinette?

③ Résolution de l'équation

④ Interprétation du résultat
Conclure par une phrase en donnant la réponse à la devinette d'Aurélien.

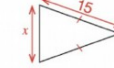
CORRECTION

Exos 18, 19, 22, 23 et 25 p 99 ; 51 et 52 p 101 ; 42 à 45 p 101

18 Marc achète 3 croissants et 3 brioches. Il paie 6,30 €. Les brioches coûtent 1,10 € l'une. Quel est le prix d'un croissant ?



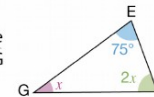
22 Déterminer la valeur de x pour laquelle le périmètre de ce triangle isocèle est 40.



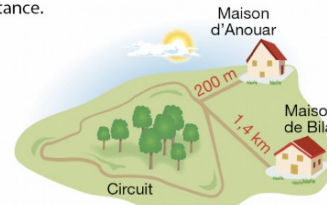
23 Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de ce rectangle est 42.



25 Trouver la mesure de chacun des angles EGF et EFG de ce triangle.



51 En footing, Anouar et Bilal parcourent la même distance.



Anouar part de chez lui, fait trois tours de circuit, puis rentre chez lui.

Bilal part de chez lui, fait un tour de circuit, puis rentre chez lui.

On note x la longueur, en km, d'un tour de circuit.

a. Traduire cette situation par une équation d'inconnue x .

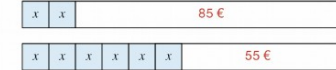
b. Résoudre cette équation.

c. Quelle distance a parcouru chaque ami ?

19 Ces deux bons cadeaux ont la même valeur.

2 DVD (au choix parmi 50) 6 DVD (au choix parmi 50)
1 trottinette (valeur 85 €) 1 skateboard (valeur 55 €)

Numa, qui sait que tous les DVD sont au même prix, a réalisé ce schéma pour calculer la valeur d'un bon.



- a. Que représente x sur ces schémas ?
- b. À l'aide de ce schéma, calculer la valeur de x .
- c. En déduire la valeur d'un bon cadeau.

52 D'après ce dialogue, déterminer le nombre d'amis qu'avait la page Mon Collège :

- à la rentrée.
- aujourd'hui.

Aujourd'hui il y a 3 fois plus d'amis sur la page Mon Collège que le jour de la rentrée.

On peut dire aussi qu'il y a 420 amis de plus que le jour de la rentrée.



Pour les exercices 42 à 45, dans chaque cas, résoudre l'équation. Préciser si la solution est un nombre entier, un nombre décimal non entier ou un nombre non décimal.

42 a. $2x - 3 = 4 + x$ b. $y + 4 = -4 - 3y$

43 a. $7x - 6 = 4 - 3x$ b. $12 - a = 18 - 3a$

44 a. $-t - 4 = 8 + 7t$ b. $13x + 11 = 8x + 28$

45 a. $5x = 0$ b. $7y + 22 = 14 - 4y$

CORRECTION :



Exos bonus 36 p 100 ; 48 p 101 ; 72 p 105 et 77 p 105

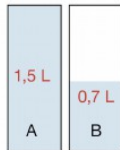
36 Trouver mentalement :

- deux solutions de l'équation $x^2 = 4x$,
- une solution de l'équation $2y - 3 = 5y - 3$,
- une solution de l'équation $3t = 2t - 1$,
- deux solutions de l'équation $(a - 5)(a + 2) = 0$.

72 Réfléchir

Raisonnement • Communiquer

Quelle quantité d'eau du récipient A faut-il verser dans le récipient B pour que les deux récipients contiennent la même quantité d'eau ?



77 Résoudre deux problèmes Histoire

Raisonnement • Calculer • Communiquer

Diophante (vers 325 ; vers 410) est un mathématicien grec.

Dans son livre *Arithmétiques*, il a proposé les problèmes ci-dessous.

Résoudre chacun de ces problèmes.



Problème 1

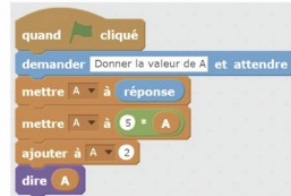
Quel nombre entier faut-il ajouter à 100 et à 20 pour que le plus grand nombre soit le triple du plus petit ?

Problème 2

On veut retrancher 100 et 10 à un même nombre entier et que le plus grand reste soit le quadruple du plus petit.

Quel nombre faut-il choisir ?

48 ALGO Voici un programme de calcul écrit avec le langage Scratch.



1. Donner la valeur énoncée par le lutin à la fin du programme lorsqu'on saisit au début :

- 1
- 2,5
- 0
- 3

2. Le lutin énonce 32.

Quelle est la valeur de A saisie au début du programme ? Expliquer en résolvant une équation.

CORRECTION

