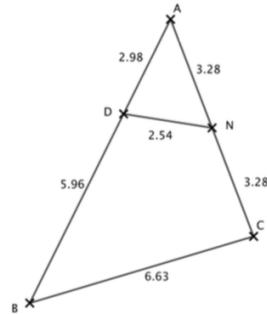


THEOREME DE THALES

Activité de découverte

Premier cas d'étude :

On considère le triangle ABC.
Le point D appartient au segment [AB].
Le point N appartient au segment [AC].



Calculer les rapports suivants :

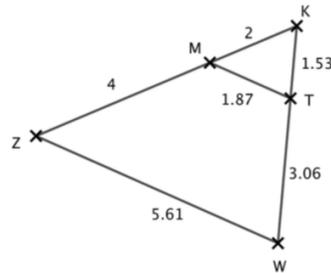
$$\frac{AD}{AB} = \dots = \dots$$

$$\frac{AN}{AC} = \dots = \dots$$

$$\frac{DN}{DC} = \dots = \dots$$

Second cas d'étude :

On considère le triangle KZW.
Le point M appartient au segment [KZ].
Le point T appartient au segment [KW].



Calculer les rapports suivants :

$$\frac{KM}{KZ} = \dots = \dots$$

$$\frac{KT}{KW} = \dots = \dots$$

$$\frac{MT}{ZW} = \dots = \dots$$

Observations et conjectures :

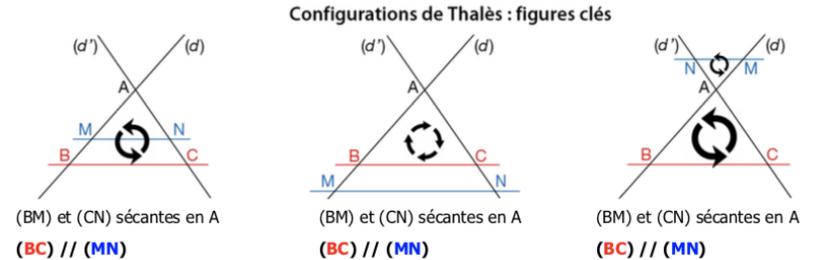
- 1) Que remarquons-nous dans le second cas ?
.....
- 2) Quelle différence observons-nous dans ces deux configurations ?
.....
- 3) La figure deux est appelée « configuration de Thalès » quelles sont les caractéristiques de cette configuration ?
.....
.....
.....

LE THEOREME DE THALES

I – Le théorème de Thalès

Si les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles

alors, d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.



(BM) et (CN) sécantes en A
(BC) // (MN)

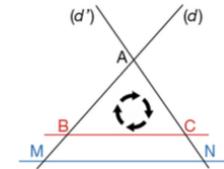
Petit Δ :	AMN	AM	AN	MN
Grand Δ :	ABC	AB	AC	BC

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ou $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Configurations de Thalès : figures clés



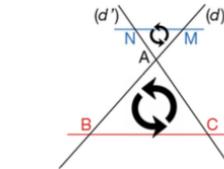
(BM) et (CN) sécantes en A
(BC) // (MN)

Petit Δ :	ACB	AC	AB	CB
Grand Δ :	ANM	AN	AM	NM

D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AC}{AN} = \frac{AB}{AM} = \frac{CB}{NM}$$

ou $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{NM}{CB}$



(BM) et (CN) sécantes en A
(BC) // (MN)

Petit Δ :	AMN	AM	AN	MN
Grand Δ :	ABC	AB	AC	BC

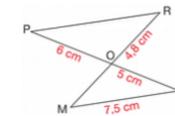
D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

ou $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$

Exemple :

Les droites (PR) et (MN) sont parallèles.
Calculer la longueur PR et OM.
Les droites (PN) et (RM) sont sécantes en O.
Les droites (PR) et (MN) sont parallèles.



Petit Δ : ONM ON OM NM
Grand Δ : OPR OP OR PR

Donc, d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{ON}{OP} = \frac{OM}{OR} = \frac{NM}{PR}, \text{ d'où : } \frac{5}{6} = \frac{OM}{4,8} = \frac{7,5}{PR}$$

Donc $OM = \frac{5 \times 4,8}{6} = 4$ et $PR = \frac{6 \times 7,5}{5} = 9$

La longueur OM est de 4 cm.
La longueur PR est de 9 cm.

- Il nous faut :
- deux droites sécantes
 - deux droites parallèles
- Cela permet de :
- calculer des longueurs

Vidéo Tuto :



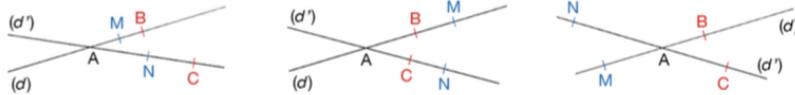
Exemple de présentation de ton cahier, le rectangle de gauche correspond à ta page de gauche et celui de droite à ta page de droite.

II – La réciproque du théorème de Thalès

Si deux de ces trois quotients sont égaux $\frac{AB}{AM}$; $\frac{AC}{AN}$; $\frac{BC}{MN}$ et si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre alors, d'après la réciproque théorème de Thalès les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

C, N sont alignés dans le même ordre alors, d'après la réciproque théorème de Thalès les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Voici les trois configurations possibles de points A, B, M et A, C, N dans le même ordre.



Il nous faut :

- deux quotients égaux
- des points alignés dans le même ordre

Cela permet de :

- démontrer que deux droites sont parallèles

Exemple :

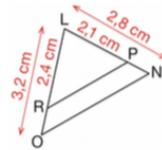
Les droites (PN) et (RO) se coupent en L.

Les droites (RP) et (ON) sont-elles parallèles ?

Les points L, P, N et L, R, O sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{LP}{LN} = \frac{2,1}{2,8} = 0,75 \text{ et } \frac{LR}{LO} = \frac{2,4}{3,2} = 0,75 \text{ . Donc } \frac{LP}{LN} = \frac{LR}{LO} \text{ .}$$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (RP) et (ON) sont parallèles.



III – La contraposée du théorème de Thalès

Si deux de ces trois quotients sont différents $\frac{AB}{AM}$; $\frac{AC}{AN}$; $\frac{BC}{MN}$ et si les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre alors, d'après la contraposée théorème de Thalès les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

A, C, N sont alignés dans le même ordre alors, d'après la contraposée théorème de Thalès les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

Il nous faut :

- deux quotients différents
- des points alignés dans le même ordre

Cela permet de :

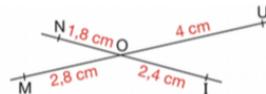
- démontrer que deux droites ne sont pas parallèles

Exemple : Les droites (NI) et (MU) se coupent en O. Les droites (NM) et (OI) sont-elles parallèles ?

Les points O, M, U et O, N, I sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{OM}{OU} = \frac{2,8}{4} = 0,7 \text{ et } \frac{ON}{OI} = \frac{1,8}{2,4} = 0,75 \text{ . Donc } \frac{OM}{OU} \neq \frac{ON}{OI} \text{ .}$$

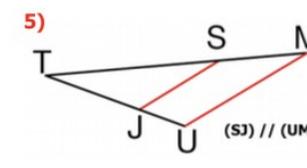
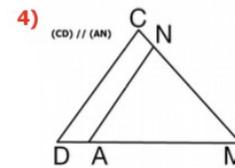
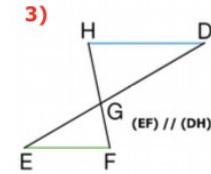
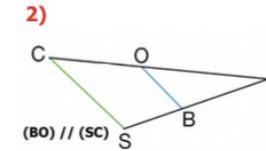
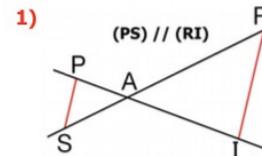
Donc d'après la contraposée du théorème de Thalès les droites (NM) et (OI) ne sont pas parallèles.



Théorème de Thalès – Fiche d'exos

Exo « on applique la leçon » :

Dans chacun des cas, énoncer le théorème de Thalès et écrire le tableau « petit et grand triangle » ainsi que l'égalité de rapports.



À la maison :

Exo 26 p 162



Théorème « sens direct » :

exo 13 p 160

exo 14 p 160

exo 18 p 161 (b)

exo 19 p 161 (b)

exo 22 p 161



Théorème réciproque ou contraposée :

exo 37 p 163

exo 41, 42, 43 et 44 p 164



Problèmes type Brevet :

exo 77 p 169

exo 83 p 170

exo 84 p 170



Le scarabée de Cléopâtre



« Je prépare mon évaluation » :

